



MITTELSCHULE

LANDAU AN DER ISAR

M10

PRÜFUNGSTRAINING / MATHEMATIK

POTENZEN & WURZELN

10

Für den mittleren Schulabschluss in Bayern

6

PRÜFUNGSSÄTZE

30

AUFGABENSEITEN

90 mehrschrittige Aufgaben · Rechenfelder · Lösungswege

$$\frac{x^m \cdot x^n}{x^p} = x^{m+n-p}$$

$$\sqrt[3]{a^3} = a$$

NAME _____

KLASSE _____

Sechs Prüfungssätze mit Aufgaben zu Potenzen und Wurzeln.

Rechne in die Karofelder; ausführliche Lösungen stehen hinten.

Eigenständig erstelltes Übungsmaterial · Keine amtliche Prüfungsaufgabe.

PRÜFUNGSSATZ 01 / SEITE 1 VON 5

Komplexe Potenzterme

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 1

5 P

Vereinfache vollständig: $\frac{2x^3y^{-3} \cdot 2x^{-1}y^1}{2x^{-1}y^2}$.

Aufgabe 2

5 P

Fasse die beiden Bruchterme zusammen: $\frac{5x^{-4}z^1}{3y^{-3}} \cdot \frac{3x^2y^{-4}}{3z^{-2}}$.

Aufgabe 3

5 P

Löse zuerst die Klammer auf und vereinfache: $\frac{(3x^2y^{-2})^2 \cdot 2x^{-1}y^2}{4x^{-1}y^2}$.

PRÜFUNGSSATZ 01 / SEITE 2 VON 5

Bruchterme und Zahlenpotenzen

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 4

6 P

Vereinfache ohne negative Exponenten: $\left(\frac{4x^{-3}y^1}{4x^1y^{-1}}\right)^{-2} \cdot \frac{x^{-3}}{y^2}$.

Aufgabe 5

5 P

Rechne mit den Dezimalfaktoren und vereinfache: $\frac{0,5x^4y^{-2} \cdot 7x^{-4}y^1}{0,25x^2y^{-4}}$.

Aufgabe 6

5 P

Schreibe alle Faktoren als Potenzen derselben Basis und berechne: $\frac{(2^3)^2 \cdot 4^{-1} \cdot \sqrt{16}}{8^3}$.

PRÜFUNGSSATZ 01 / SEITE 3 VON 5

Wurzelterme

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 7

5 P

Ziehe zuerst die Wurzel und vereinfache: $\frac{\sqrt{9x^2y^6} \cdot 2x^{-1}}{4x^2y^{-1}}$.

Aufgabe 8

5 P

Vereinfache den Term mit der dritten Wurzel: $\sqrt[3]{64x^9y^3} \cdot \frac{4x^{-3}y^1}{5x^1y^{-2}}$.

Aufgabe 9

5 P

Vereinfache den Quotienten der Wurzelterme: $\frac{\sqrt{4x^4y^4} \cdot \sqrt{4x^8}}{2x^4y^{-1}}$.

PRÜFUNGSSATZ 01 / SEITE 4 VON 5

Gebrochene Exponenten

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 10

6 P

Schreibe Wurzeln als Potenzen und vereinfache: $\frac{x^{\frac{7}{2}}y^1}{\sqrt{x}\sqrt[3]{y}} \cdot \frac{3x^{-2}y^3}{2}$.

Aufgabe 11

5 P

Bestimme die ganze Zahl k , sodass für alle $x > 0$ gilt: $\frac{(x^k)^2 \cdot x^{-2}}{\sqrt{x} \cdot x^2} = x^{\frac{19}{2}}$.

Aufgabe 12

6 P

Ziehe die Wurzel und fasse erst danach zusammen: $\frac{\sqrt{25x^8y^8} + 4x^4y^4}{4x^3y^0}$.

PRÜFUNGSSATZ 01 / SEITE 5 VON 5

Transfer und Fehleranalyse

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 13

5 P

Vereinfache jeden Summanden und fasse dann zusammen: $\frac{4x^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{x}} + \frac{6x^5}{x^2} - 1x^3$.

Aufgabe 14

6 P

In einer Lösung steht: $\frac{2x^{-3}y^2 \cdot 2x^4}{2x^2y^{-2}} = \frac{4}{2}x^3y^0$

Finde die Fehler bei beiden Exponenten und gib das richtige Ergebnis an.

Aufgabe 15

6 P

Ein Würfel hat das Volumen $V = 27x^6y^3 \text{ cm}^3$. Bestimme seine Kantenlänge s und den Oberflächeninhalt $O = 6s^2$. Es gilt $x, y > 0$.

PRÜFUNGSSATZ 02 / SEITE 1 VON 5

Komplexe Potenzterme

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 16

5 P

Vereinfache vollständig: $\frac{2x^4y^{-3} \cdot 5x^{-2}y^4}{4x^{-3}y^1}$.

Aufgabe 17

5 P

Fasse die beiden Bruchterme zusammen: $\frac{5x^{-1}z^4}{2y^{-3}} \cdot \frac{4x^2y^{-3}}{2z^{-1}}$.

Aufgabe 18

5 P

Löse zuerst die Klammer auf und vereinfache: $\frac{(3x^3y^{-3})^2 \cdot 2x^{-3}y^3}{4x^{-1}y^2}$.

PRÜFUNGSSATZ 02 / SEITE 2 VON 5

Bruchterme und Zahlenpotenzen

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 19

6 P

Vereinfache ohne negative Exponenten: $\left(\frac{2x^{-2}y^2}{5x^2y^{-3}}\right)^{-2} \cdot \frac{x^{-3}}{y^2}$.

Aufgabe 20

5 P

Rechne mit den Dezimalfaktoren und vereinfache: $\frac{0,5x^4y^{-3} \cdot 4x^{-1}y^4}{0,25x^3y^{-4}}$.

Aufgabe 21

5 P

Schreibe alle Faktoren als Potenzen derselben Basis und berechne: $\frac{(2^5)^2 \cdot 4^{-1} \cdot \sqrt{16}}{8^3}$.

PRÜFUNGSSATZ 02 / SEITE 3 VON 5

Wurzelterme

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 22

5 P

Ziehe zuerst die Wurzel und vereinfache: $\frac{\sqrt{25x^2y^2} \cdot 5x^{-2}}{6x^3y^{-2}}$.

Aufgabe 23

5 P

Vereinfache den Term mit der dritten Wurzel: $\sqrt[3]{125x^3y^3} \cdot \frac{2x^{-1}y^1}{3x^1y^{-2}}$.

Aufgabe 24

5 P

Vereinfache den Quotienten der Wurzelterme: $\frac{\sqrt{25x^6y^4} \cdot \sqrt{16x^8}}{4x^2y^{-1}}$.

PRÜFUNGSSATZ 02 / SEITE 4 VON 5

Gebrochene Exponenten

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 25

6 P

Schreibe Wurzeln als Potenzen und vereinfache: $\frac{x^{\frac{7}{2}}y^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{x}\sqrt[3]{y}} \cdot \frac{3x^{-1}y^1}{6}$.

Aufgabe 26

5 P

Bestimme die ganze Zahl k , sodass für alle $x > 0$ gilt: $\frac{(x^k)^2 \cdot x^{-3}}{\sqrt{x} \cdot x^2} = x^{\frac{5}{2}}$.

Aufgabe 27

6 P

Ziehe die Wurzel und fasse erst danach zusammen: $\frac{\sqrt{25x^4y^4} + 6x^2y^2}{6x^0y^1}$.

PRÜFUNGSATZ 02 / SEITE 5 VON 5

Transfer und Fehleranalyse

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 28

5 P

Vereinfache jeden Summanden und fasse dann zusammen: $\frac{2x^{\frac{11}{2}}}{\sqrt{x}} + \frac{7x^8}{x^3} - 2x^5$.

Aufgabe 29

6 P

In einer Lösung steht: $\frac{3x^{-4}y^1 \cdot 2x^3}{2x^3y^{-2}} = \frac{6}{2}x^2y^{-1}$

Finde die Fehler bei beiden Exponenten und gib das richtige Ergebnis an.

Aufgabe 30

6 P

Ein Würfel hat das Volumen $V = 8x^9y^3 \text{ cm}^3$. Bestimme seine Kantenlänge s und den Oberflächeninhalt $O = 6s^2$. Es gilt $x, y > 0$.

PRÜFUNGSSATZ 03 / SEITE 1 VON 5

Komplexe Potenzterme

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 31

5 P

Vereinfache vollständig: $\frac{5x^3y^{-1} \cdot 2x^{-2}y^1}{6x^{-1}y^2}$.

Aufgabe 32

5 P

Fasse die beiden Bruchterme zusammen: $\frac{3x^{-2}z^4}{2y^{-1}} \cdot \frac{5x^4y^{-3}}{4z^{-2}}$.

Aufgabe 33

5 P

Löse zuerst die Klammer auf und vereinfache: $\frac{(2x^2y^{-1})^2 \cdot 3x^{-1}y^3}{3x^{-1}y^2}$.

PRÜFUNGSSATZ 03 / SEITE 2 VON 5

Bruchterme und Zahlenpotenzen

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 34

6 P

Vereinfache ohne negative Exponenten: $\left(\frac{5x^{-3}y^1}{5x^2y^{-2}}\right)^{-2} \cdot \frac{x^{-3}}{y^1}$.

Aufgabe 35

5 P

Rechne mit den Dezimalfaktoren und vereinfache: $\frac{0,5x^1y^{-1} \cdot 3x^{-4}y^4}{0,25x^1y^{-3}}$.

Aufgabe 36

5 P

Schreibe alle Faktoren als Potenzen derselben Basis und berechne: $\frac{(5^5)^2 \cdot 25^{-2} \cdot \sqrt{625}}{125^3}$.

PRÜFUNGSSATZ 03 / SEITE 3 VON 5

Wurzelterme

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 37

5 P

Ziehe zuerst die Wurzel und vereinfache: $\frac{\sqrt{4x^4y^4} \cdot 3x^{-2}}{5x^2y^{-3}}$.

Aufgabe 38

5 P

Vereinfache den Term mit der dritten Wurzel: $\sqrt[3]{27x^3y^9} \cdot \frac{2x^{-2}y^2}{4x^1y^{-1}}$.

Aufgabe 39

5 P

Vereinfache den Quotienten der Wurzelterme: $\frac{\sqrt{16x^2y^2} \cdot \sqrt{16x^4}}{4x^1y^{-1}}$.

PRÜFUNGSSATZ 03 / SEITE 4 VON 5

Gebrochene Exponenten

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 40

6 P

Schreibe Wurzeln als Potenzen und vereinfache: $\frac{x^{\frac{5}{2}}y^1}{\sqrt{x}\sqrt[3]{y}} \cdot \frac{5x^{-3}y^2}{2}$.

Aufgabe 41

5 P

Bestimme die ganze Zahl k , sodass für alle $x > 0$ gilt: $\frac{(x^k)^2 \cdot x^{-1}}{\sqrt{x} \cdot x^3} = x^{\frac{7}{2}}$.

Aufgabe 42

6 P

Ziehe die Wurzel und fasse erst danach zusammen: $\frac{\sqrt{9x^8y^6} + 2x^4y^3}{2x^0y^2}$.

PRÜFUNGSSATZ 03 / SEITE 5 VON 5

Transfer und Fehleranalyse

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 43

5 P

Vereinfache jeden Summanden und fasse dann zusammen: $\frac{6x^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{x}} + \frac{6x^4}{x^1} - 1x^3$.

Aufgabe 44

6 P

In einer Lösung steht: $\frac{2x^{-4}y^4 \cdot 5x^2}{2x^2y^{-4}} = \frac{10}{2}x^0y^0$

Finde die Fehler bei beiden Exponenten und gib das richtige Ergebnis an.

Aufgabe 45

6 P

Ein Würfel hat das Volumen $V = 125x^9y^3 \text{ cm}^3$. Bestimme seine Kantenlänge s und den Oberflächeninhalt $O = 6s^2$. Es gilt $x, y > 0$.

PRÜFUNGSSATZ 04 / SEITE 1 VON 5

Komplexe Potenzterme

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 46

5 P

Vereinfache vollständig: $\frac{6x^5y^{-3} \cdot 4x^{-2}y^2}{6x^{-2}y^1}$.

Aufgabe 47

5 P

Fasse die beiden Bruchterme zusammen: $\frac{5x^{-4}z^3}{3y^{-4}} \cdot \frac{4x^3y^{-4}}{3z^{-4}}$.

Aufgabe 48

5 P

Löse zuerst die Klammer auf und vereinfache: $\frac{(5x^3y^{-1})^2 \cdot 4x^{-1}y^3}{4x^{-2}y^3}$.

PRÜFUNGSSATZ 04 / SEITE 2 VON 5

Bruchterme und Zahlenpotenzen

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 49

6 P

Vereinfache ohne negative Exponenten: $\left(\frac{4x^{-3}y^1}{4x^2y^{-1}}\right)^{-2} \cdot \frac{x^{-2}}{y^3}$.

Aufgabe 50

5 P

Rechne mit den Dezimalfaktoren und vereinfache: $\frac{0,5x^2y^{-3} \cdot 3x^{-2}y^2}{0,25x^1y^{-3}}$.

Aufgabe 51

5 P

Schreibe alle Faktoren als Potenzen derselben Basis und berechne: $\frac{(5^5)^2 \cdot 25^{-3} \cdot \sqrt{625}}{125^1}$.

PRÜFUNGSSATZ 04 / SEITE 3 VON 5

Wurzelterme

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 52

5 P

Ziehe zuerst die Wurzel und vereinfache: $\frac{\sqrt{9x^6y^6} \cdot 6x^{-1}}{2x^3y^{-1}}$.

Aufgabe 53

5 P

Vereinfache den Term mit der dritten Wurzel: $\sqrt[3]{64x^3y^3} \cdot \frac{2x^{-3}y^3}{2x^3y^{-3}}$.

Aufgabe 54

5 P

Vereinfache den Quotienten der Wurzelterme: $\frac{\sqrt{9x^8y^8} \cdot \sqrt{9x^6}}{2x^2y^{-4}}$.

PRÜFUNGSSATZ 04 / SEITE 4 VON 5

Gebrochene Exponenten

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 55

6 P

Schreibe Wurzeln als Potenzen und vereinfache: $\frac{x^{\frac{9}{2}}y^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{x}\sqrt[3]{y}} \cdot \frac{3x^{-1}y^1}{2}$.

Aufgabe 56

5 P

Bestimme die ganze Zahl k , sodass für alle $x > 0$ gilt: $\frac{(x^k)^2 \cdot x^{-1}}{\sqrt{x} \cdot x^1} = x^{\frac{19}{2}}$.

Aufgabe 57

6 P

Ziehe die Wurzel und fasse erst danach zusammen: $\frac{\sqrt{9x^8y^6} + 4x^4y^3}{4x^0y^0}$.

PRÜFUNGSSATZ 04 / SEITE 5 VON 5

Transfer und Fehleranalyse

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 58

5 P

Vereinfache jeden Summanden und fasse dann zusammen: $\frac{4x^{\frac{11}{2}}}{\sqrt{x}} + \frac{2x^8}{x^3} - 2x^5$.

Aufgabe 59

6 P

In einer Lösung steht: $\frac{2x^{-3}y^3 \cdot 4x^4}{5x^3y^{-4}} = \frac{8}{5}x^4y^{-1}$

Finde die Fehler bei beiden Exponenten und gib das richtige Ergebnis an.

Aufgabe 60

6 P

Ein Würfel hat das Volumen $V = 8x^3y^3 \text{ cm}^3$. Bestimme seine Kantenlänge s und den Oberflächeninhalt $O = 6s^2$. Es gilt $x, y > 0$.

PRÜFUNGSSATZ 05 / SEITE 1 VON 5

Komplexe Potenzterme

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 61

5 P

Vereinfache vollständig: $\frac{4x^3y^{-2} \cdot 3x^{-3}y^4}{2x^{-3}y^2}$.

Aufgabe 62

5 P

Fasse die beiden Bruchterme zusammen: $\frac{5x^{-2}z^4}{3y^{-4}} \cdot \frac{3x^4y^{-2}}{3z^{-4}}$.

Aufgabe 63

5 P

Löse zuerst die Klammer auf und vereinfache: $\frac{(5x^3y^{-2})^2 \cdot 3x^{-3}y^1}{5x^{-3}y^1}$.

PRÜFUNGSSATZ 05 / SEITE 2 VON 5

Bruchterme und Zahlenpotenzen

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 64

6 P

Vereinfache ohne negative Exponenten: $\left(\frac{3x^{-2}y^3}{4x^1y^{-3}}\right)^{-2} \cdot \frac{x^{-2}}{y^1}$.

Aufgabe 65

5 P

Rechne mit den Dezimalfaktoren und vereinfache: $\frac{0,5x^4y^{-1} \cdot 2x^{-3}y^1}{0,25x^2y^{-1}}$.

Aufgabe 66

5 P

Schreibe alle Faktoren als Potenzen derselben Basis und berechne: $\frac{(2^2)^2 \cdot 4^{-1} \cdot \sqrt{16}}{8^1}$.

PRÜFUNGSSATZ 05 / SEITE 3 VON 5

Wurzelterme

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 67

5 P

Ziehe zuerst die Wurzel und vereinfache: $\frac{\sqrt{9x^6y^6} \cdot 5x^{-3}}{5x^2y^{-1}}$.

Aufgabe 68

5 P

Vereinfache den Term mit der dritten Wurzel: $\sqrt[3]{8x^9y^6} \cdot \frac{5x^{-1}y^1}{4x^3y^{-1}}$.

Aufgabe 69

5 P

Vereinfache den Quotienten der Wurzelterme: $\frac{\sqrt{9x^2y^8} \cdot \sqrt{4x^6}}{2x^1y^{-4}}$.

PRÜFUNGSSATZ 05 / SEITE 4 VON 5

Gebrochene Exponenten

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 70

6 P

Schreibe Wurzeln als Potenzen und vereinfache: $\frac{x^{\frac{5}{2}}y^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{x}\sqrt[3]{y}} \cdot \frac{6x^{-1}y^1}{4}$.

Aufgabe 71

5 P

Bestimme die ganze Zahl k , sodass für alle $x > 0$ gilt: $\frac{(x^k)^2 \cdot x^{-3}}{\sqrt{x} \cdot x^3} = x^{\frac{7}{2}}$.

Aufgabe 72

6 P

Ziehe die Wurzel und fasse erst danach zusammen: $\frac{\sqrt{4x^4y^4 + 4x^2y^2}}{4x^1y^0}$.

PRÜFUNGSSATZ 05 / SEITE 5 VON 5

Transfer und Fehleranalyse

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 73

5 P

Vereinfache jeden Summanden und fasse dann zusammen: $\frac{7x^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{x}} + \frac{4x^3}{x^1} - 2x^2$.

Aufgabe 74

6 P

In einer Lösung steht: $\frac{3x^{-4}y^1 \cdot 4x^3}{4x^4y^{-3}} = \frac{12}{4}x^3y^{-2}$

Finde die Fehler bei beiden Exponenten und gib das richtige Ergebnis an.

Aufgabe 75

6 P

Ein Würfel hat das Volumen $V = 8x^9y^6 \text{ cm}^3$. Bestimme seine Kantenlänge s und den Oberflächeninhalt $O = 6s^2$. Es gilt $x, y > 0$.

PRÜFUNGSSATZ 06 / SEITE 1 VON 5

Komplexe Potenzterme

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 76

5 P

Vereinfache vollständig: $\frac{5x^4y^{-1} \cdot 5x^{-2}y^1}{7x^{-1}y^3}$.

Aufgabe 77

5 P

Fasse die beiden Bruchterme zusammen: $\frac{2x^{-1}z^2}{2y^{-4}} \cdot \frac{2x^2y^{-2}}{4z^{-4}}$.

Aufgabe 78

5 P

Löse zuerst die Klammer auf und vereinfache: $\frac{(3x^1y^{-3})^2 \cdot 5x^{-1}y^3}{4x^{-2}y^3}$.

PRÜFUNGSSATZ 06 / SEITE 2 VON 5

Bruchterme und Zahlenpotenzen

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 79

6 P

Vereinfache ohne negative Exponenten: $\left(\frac{5x^{-1}y^2}{4x^1y^{-3}}\right)^{-2} \cdot \frac{x^{-2}}{y^2}$.

Aufgabe 80

5 P

Rechne mit den Dezimalfaktoren und vereinfache: $\frac{0,5x^3y^{-2} \cdot 3x^{-4}y^1}{0,25x^4y^{-3}}$.

Aufgabe 81

5 P

Schreibe alle Faktoren als Potenzen derselben Basis und berechne: $\frac{(2^5)^2 \cdot 4^{-2} \cdot \sqrt{16}}{8^3}$.

PRÜFUNGSSATZ 06 / SEITE 3 VON 5

Wurzelterme

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 82

5 P

Ziehe zuerst die Wurzel und vereinfache: $\frac{\sqrt{16x^4y^6} \cdot 6x^{-3}}{4x^1y^{-3}}$.

Aufgabe 83

5 P

Vereinfache den Term mit der dritten Wurzel: $\sqrt[3]{125x^6y^6} \cdot \frac{3x^{-1}y^2}{5x^2y^{-1}}$.

Aufgabe 84

5 P

Vereinfache den Quotienten der Wurzelterme: $\frac{\sqrt{4x^2y^2} \cdot \sqrt{16x^8}}{4x^3y^{-4}}$.

PRÜFUNGSSATZ 06 / SEITE 4 VON 5

Gebrochene Exponenten

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 85

6 P

Schreibe Wurzeln als Potenzen und vereinfache: $\frac{x^{\frac{7}{2}}y^1}{\sqrt{x}\sqrt[3]{y}} \cdot \frac{4x^{-2}y^2}{3}$.

Aufgabe 86

5 P

Bestimme die ganze Zahl k , sodass für alle $x > 0$ gilt: $\frac{(x^k)^2 \cdot x^{-1}}{\sqrt{x} \cdot x^2} = x^{\frac{21}{2}}$.

Aufgabe 87

6 P

Ziehe die Wurzel und fasse erst danach zusammen: $\frac{\sqrt{25x^8y^4} + 4x^4y^2}{2x^2y^0}$.

PRÜFUNGSSATZ 06 / SEITE 5 VON 5

Transfer und Fehleranalyse

Bearbeite die mehrschrittigen Aufgaben mit vollständigem Rechenweg. Für Termaufgaben gilt $x, y, z > 0$, sofern eine Variable vorkommt.

Aufgabe 88

5 P

Vereinfache jeden Summanden und fasse dann zusammen: $\frac{6x^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{x}} + \frac{3x^5}{x^3} - 3x^2$.

Aufgabe 89

6 P

In einer Lösung steht: $\frac{2x^{-2}y^1 \cdot 3x^2}{2x^4y^{-2}} = \frac{6}{2}x^4y^{-1}$

Finde die Fehler bei beiden Exponenten und gib das richtige Ergebnis an.

Aufgabe 90

6 P

Ein Würfel hat das Volumen $V = 64x^3y^3 \text{ cm}^3$. Bestimme seine Kantenlänge s und den Oberflächeninhalt $O = 6s^2$. Es gilt $x, y > 0$.

Lösungen und Rechenwege

Vergleiche zuerst deinen Rechenweg. Die eingerahmten Terme sind mögliche Endergebnisse.

Aufgabenseite 01: Komplexe Potenzterme

Aufgabe 1

Im Zähler werden Exponenten addiert; beim Teilen werden die Exponenten des Nenners subtrahiert.

$$x : 3 - 1 - (-1) = 3$$

$$y : -3 + 1 - 2 = -4$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$$

$$T = \boxed{\frac{2x^3}{y^4}}$$

Aufgabe 2

Negative Exponenten im Nenner wechseln beim Auflösen das Vorzeichen.

$$x : -4 + 2 = -2; \quad y : 3 - 4 = -1$$

$$z : 1 + 2 = 3$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{5 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{5}{3}$$

$$T = \boxed{\frac{5z^3}{3x^2y}}$$

Aufgabe 3

Beim Potenzieren der Klammer werden alle Faktoren potenziert.

$$x : 2 \cdot 2 - 1 - (-1) = 4$$

$$y : 2 \cdot (-2) + 2 - 2 = -4$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{3^2 \cdot 2}{4} = \frac{9}{2}$$

$$T = \boxed{\frac{9x^4}{2y^4}}$$

Aufgabenseite 02: Bruchterme und Zahlenpotenzen

Aufgabe 4

Der Exponent -2 bildet erst den Kehrwert und quadriert danach jeden Faktor.

$$\text{Klammer : } \frac{4}{4}x^{-4}y^2$$

$$x : -2(-3 - 1) - 3 = 5; \quad y : -2(1 + 1) - 2 = -6$$

$$\text{Zahlfaktor : } \left(\frac{4}{4}\right)^{-2} = \frac{4^2}{4^2}$$

$$T = \boxed{\frac{x^5}{y^6}}$$

Aufgabe 5

Rechne 0,5 : 0,25 zuerst zu 2 aus; behandle danach die Exponenten.

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{0,5 \cdot 7}{0,25} = 14$$

$$x : 4 - 4 - 2 = -2; \quad y : -2 + 1 - (-4) = 3$$

$$T = \boxed{\frac{14y^3}{x^2}}$$

Aufgabe 6

Zuerst alle Basen vereinheitlichen; danach die Exponenten verrechnen.

$$4^{-1} = 2^{-2}, \quad \sqrt{16} = 2^2, \quad 8^3 = 2^9$$

$$T = 2^{2 \cdot 3 - 2 \cdot 1 + 2 - 3 \cdot 3} = 2^{-3} = \boxed{\frac{1}{8}}$$

Aufgabenseite 03: Wurzelterme

Aufgabe 7

Bei positiven Variablen lassen sich gerade Potenzen aus der Quadratwurzel ziehen.

$$\sqrt{9x^2y^6} = 3x^1y^3$$

$$x : 1 - 1 - 2 = -2; \quad y : 3 - (-1) = 4$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{3 \cdot 2}{4} = \frac{3}{2}$$

$$T = \boxed{\frac{3y^4}{2x^2}}$$

Aufgabe 8

Die dritte Wurzel und die dritte Potenz heben sich bei den Faktoren auf.

$$\sqrt[3]{64x^9y^3} = 4x^3y^1$$

$$x : 3 - 3 - 1 = -1; \quad y : 1 + 1 - (-2) = 4$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{4 \cdot 4}{5} = \frac{16}{5}$$

$$T = \boxed{\frac{16y^4}{5x}}$$

Aufgabe 9

Ziehe beide Wurzeln einzeln und fasse danach gleiche Basen zusammen.

$$\sqrt{4x^4y^4} = 2x^2y^2; \quad \sqrt{4x^8} = 2x^4$$

$$x : 2 + 4 - 4 = 2; \quad y : 2 - (-1) = 3$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$$

$$T = \boxed{2x^2y^3}$$

Aufgabenseite 04: Gebrochene Exponenten

Aufgabe 10

Die Wurzelexponenten stehen im Nenner und werden deshalb abgezogen; der Zahlfaktor ist 3/2.

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}; \quad \sqrt[3]{y} = y^{\frac{1}{3}}$$

$$x : \frac{7}{2} - \frac{1}{2} - 2 = 1$$

$$y : \frac{3}{3} - \frac{1}{3} + 3 = \frac{11}{3}$$

$$T = \boxed{\frac{3xy^{\frac{11}{3}}}{2}}$$

Aufgabe 11

Klammer potenzieren; im Bruch werden die Exponenten im Nenner subtrahiert.

$$2k - 2 - \frac{1}{2} - 2 = \frac{19}{2}$$

$$2k = \frac{19}{2} + 2 + \frac{1}{2} + 2$$

$$k = \boxed{7}$$

Aufgabe 12

Nach dem Wurzelziehen sind die Summanden gleichartig; ihre Zahlfaktoren werden addiert.

$$\sqrt{25x^8y^8} = 5x^4y^4$$

$$\text{Zähler : } (5 + 4)x^4y^4$$

$$x : 4 - (4 - 1) = 1; \quad y : 4 - (4 - 4) = 4$$

$$T = \boxed{\frac{9xy^4}{4}}$$

Aufgabenseite 05: Transfer und Fehleranalyse

Aufgabe 13

Erst jeden Bruch einzeln vereinfachen, dann die gleichartigen Summanden addieren.

$$\frac{x^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{x}} = x^3; \quad \frac{x^5}{x^2} = x^3$$

$$T = (4 + 6 - 1)x^3$$

$$T = \boxed{9x^3}$$

Aufgabe 14

Der Nennerexponent wird insgesamt subtrahiert. Darum ändern sich hier beide Vorzeichen.

$$x : -3 + 4 - 2 = -1 \quad (\text{nicht } -3 + 4 + 2)$$

$$y : 2 - (-2) = 4 \quad (\text{nicht } 2 - 2)$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$$

$$T = \boxed{\frac{2y^4}{x}}$$

Aufgabe 15

Die Kantenlänge ist die dritte Wurzel aus dem Volumen. Für die Oberfläche wird die Kantenlänge quadriert.

$$s = \sqrt[3]{27x^6y^3} = \boxed{3x^2y \text{ cm}}$$

$$O = 6 \cdot (3x^2y)^2 = \boxed{54x^4y^2 \text{ cm}^2}$$

Aufgabenseite 06: Komplexe Potenzterme

Aufgabe 16

Im Zähler werden Exponenten addiert; beim Teilen werden die Exponenten des Nenners subtrahiert.

$$x : 4 - 2 - (-3) = 5$$

$$y : -3 + 4 - 1 = 0$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{2 \cdot 5}{4} = \frac{5}{2}$$

$$T = \boxed{\frac{5x^5}{2}}$$

Aufgabe 17

Negative Exponenten im Nenner wechseln beim Auflösen das Vorzeichen.

$$x : -1 + 2 = 1; \quad y : 3 - 3 = 0$$

$$z : 4 + 1 = 5$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 2} = 5$$

$$T = \boxed{5xz^5}$$

Aufgabe 18

Beim Potenzieren der Klammer werden alle Faktoren potenziert.

$$x : 2 \cdot 3 - 3 - (-1) = 4$$

$$y : 2 \cdot (-3) + 3 - 2 = -5$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{3^2 \cdot 2}{4} = \frac{9}{2}$$

$$T = \boxed{\frac{9x^4}{2y^5}}$$

Aufgabenseite 07: Bruchterme und Zahlenpotenzen

Aufgabe 19

Der Exponent -2 bildet erst den Kehrwert und quadriert danach jeden Faktor.

Klammer : $\frac{2}{5}x^{-4}y^5$

$x : -2(-2 - 2) - 3 = 5; \quad y : -2(2 + 3) - 2 = -12$

Zahlfaktor : $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \frac{5^2}{2^2}$

$T = \frac{25x^5}{4y^{12}}$

Aufgabe 20

Rechne $0,5 : 0,25$ zuerst zu 2 aus; behandle danach die Exponenten.

Zahlfaktor : $\frac{0,5 \cdot 4}{0,25} = 8$

$x : 4 - 1 - 3 = 0; \quad y : -3 + 4 - (-4) = 5$

$T = 8y^5$

Aufgabe 21

Zuerst alle Basen vereinheitlichen; danach die Exponenten verrechnen.

$4^{-1} = 2^{-2}, \quad \sqrt{16} = 2^2, \quad 8^3 = 2^9$

$T = 2^{2 \cdot 5 - 2 \cdot 1 + 2 - 3 \cdot 3} = 2^1 = 2$

Aufgabenseite 08: Wurzelterme

Aufgabe 22

Bei positiven Variablen lassen sich gerade Potenzen aus der Quadratwurzel ziehen.

$\sqrt{25x^2y^2} = 5x^1y^1$

$x : 1 - 2 - 3 = -4; \quad y : 1 - (-2) = 3$

Zahlfaktor : $\frac{5 \cdot 5}{6} = \frac{25}{6}$

$T = \frac{25y^3}{6x^4}$

Aufgabe 23

Die dritte Wurzel und die dritte Potenz heben sich bei den Faktoren auf.

$\sqrt[3]{125x^3y^3} = 5x^1y^1$

$x : 1 - 1 - 1 = -1; \quad y : 1 + 1 - (-2) = 4$

Zahlfaktor : $\frac{5 \cdot 2}{3} = \frac{10}{3}$

$T = \frac{10y^4}{3x}$

Aufgabe 24

Ziehe beide Wurzeln einzeln und fasse danach gleiche Basen zusammen.

$\sqrt{25x^6y^4} = 5x^3y^2; \quad \sqrt{16x^8} = 4x^4$

$x : 3 + 4 - 2 = 5; \quad y : 2 - (-1) = 3$

Zahlfaktor : $\frac{5 \cdot 4}{4} = 5$

$T = 5x^5y^3$

Aufgabenseite 09: Gebrochene Exponenten

Aufgabe 25

Die Wurzelexponenten stehen im Nenner und werden deshalb abgezogen; der Zahlfaktor ist $3/6$.

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}; \quad \sqrt[3]{y} = y^{\frac{1}{3}}$$

$$x : \frac{7}{2} - \frac{1}{2} - 1 = 2$$

$$y : \frac{2}{3} - \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$$

$$T = \frac{x^2 y^{\frac{4}{3}}}{2}$$

Aufgabe 26

Klammer potenzieren; im Bruch werden die Exponenten im Nenner subtrahiert.

$$2k - 3 - \frac{1}{2} - 2 = \frac{5}{2}$$

$$2k = \frac{5}{2} + 3 + \frac{1}{2} + 2$$

$$k = 4$$

Aufgabe 27

Nach dem Wurzelziehen sind die Summanden gleichartig; ihre Zahlfaktoren werden addiert.

$$\sqrt{25x^4y^4} = 5x^2y^2$$

$$\text{Zähler : } (5 + 6)x^2y^2$$

$$x : 2 - (2 - 2) = 2; \quad y : 2 - (2 - 1) = 1$$

$$T = \frac{11x^2y}{6}$$

Aufgabenseite 10: Transfer und Fehleranalyse

Aufgabe 28

Erst jeden Bruch einzeln vereinfachen, dann die gleichartigen Summanden addieren.

$$\frac{x^{\frac{11}{2}}}{\sqrt{x}} = x^5; \quad \frac{x^8}{x^3} = x^5$$

$$T = (2 + 7 - 2)x^5$$

$$T = 7x^5$$

Aufgabe 29

Der Nennerexponent wird insgesamt subtrahiert. Darum ändern sich hier beide Vorzeichen.

$$x : -4 + 3 - 3 = -4 \quad (\text{nicht } -4 + 3 + 3)$$

$$y : 1 - (-2) = 3 \quad (\text{nicht } 1 - 2)$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{3 \cdot 2}{2} = 3$$

$$T = \frac{3y^3}{x^4}$$

Aufgabe 30

Die Kantenlänge ist die dritte Wurzel aus dem Volumen. Für die Oberfläche wird die Kantenlänge quadriert.

$$s = \sqrt[3]{8x^9y^3} = 2x^3y \text{ cm}$$

$$O = 6 \cdot (2x^3y)^2 = 24x^6y^2 \text{ cm}^2$$

Aufgabenseite 11: Komplexe Potenzterme

Aufgabe 31

Im Zähler werden Exponenten addiert; beim Teilen werden die Exponenten des Nenners subtrahiert.

$$x : 3 - 2 - (-1) = 2$$

$$y : -1 + 1 - 2 = -2$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{5 \cdot 2}{6} = \frac{5}{3}$$

$$T = \frac{5x^2}{3y^2}$$

Aufgabe 32

Negative Exponenten im Nenner wechseln beim Auflösen das Vorzeichen.

$$x : -2 + 4 = 2; \quad y : 1 - 3 = -2$$

$$z : 4 + 2 = 6$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4} = \frac{15}{8}$$

$$T = \frac{15x^2z^6}{8y^2}$$

Aufgabe 33

Beim Potenzieren der Klammer werden alle Faktoren potenziert.

$$x : 2 \cdot 2 - 1 - (-1) = 4$$

$$y : 2 \cdot (-1) + 3 - 2 = -1$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{2^2 \cdot 3}{3} = 4$$

$$T = \frac{4x^4}{y}$$

Aufgabenseite 12: Bruchterme und Zahlenpotenzen

Aufgabe 34

Der Exponent -2 bildet erst den Kehrwert und quadriert danach jeden Faktor.

$$\text{Klammer : } \frac{5}{5}x^{-5}y^3$$

$$x : -2(-3 - 2) - 3 = 7; \quad y : -2(1 + 2) - 1 = -7$$

$$\text{Zahlfaktor : } \left(\frac{5}{5}\right)^{-2} = \frac{5^2}{5^2}$$

$$T = \frac{x^7}{y^7}$$

Aufgabe 35

Rechne 0,5 : 0,25 zuerst zu 2 aus; behandle danach die Exponenten.

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{0,5 \cdot 3}{0,25} = 6$$

$$x : 1 - 4 - 1 = -4; \quad y : -1 + 4 - (-3) = 6$$

$$T = \frac{6y^6}{x^4}$$

Aufgabe 36

Zuerst alle Basen vereinheitlichen; danach die Exponenten verrechnen.

$$25^{-2} = 5^{-4}, \quad \sqrt{625} = 5^2, \quad 125^3 = 5^9$$

$$T = 5^{2 \cdot 5 - 2 \cdot 2 + 2 - 3 \cdot 3} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$$

Aufgabenseite 13: Wurzelterme

Aufgabe 37

Bei positiven Variablen lassen sich gerade Potenzen aus der Quadratwurzel ziehen.

$$\sqrt{4x^4y^4} = 2x^2y^2$$

$$x : 2 - 2 - 2 = -2; \quad y : 2 - (-3) = 5$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{2 \cdot 3}{5} = \frac{6}{5}$$

$$T = \frac{6y^5}{5x^2}$$

Aufgabe 38

Die dritte Wurzel und die dritte Potenz heben sich bei den Faktoren auf.

$$\sqrt[3]{27x^3y^9} = 3x^1y^3$$

$$x : 1 - 2 - 1 = -2; \quad y : 3 + 2 - (-1) = 6$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{3 \cdot 2}{4} = \frac{3}{2}$$

$$T = \boxed{\frac{3y^6}{2x^2}}$$

Aufgabe 39

Ziehe beide Wurzeln einzeln und fasse danach gleiche Basen zusammen.

$$\sqrt{16x^2y^2} = 4x^1y^1; \quad \sqrt{16x^4} = 4x^2$$

$$x : 1 + 2 - 1 = 2; \quad y : 1 - (-1) = 2$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{4 \cdot 4}{4} = 4$$

$$T = \boxed{4x^2y^2}$$

Aufgabenseite 14: Gebrochene Exponenten

Aufgabe 40

Die Wurzelexponenten stehen im Nenner und werden deshalb abgezogen; der Zahlfaktor ist 5/2.

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}; \quad \sqrt[3]{y} = y^{\frac{1}{3}}$$

$$x : \frac{5}{2} - \frac{1}{2} - 3 = -1$$

$$y : \frac{3}{3} - \frac{1}{3} + 2 = \frac{8}{3}$$

$$T = \boxed{\frac{5y^{\frac{8}{3}}}{2x}}$$

Aufgabe 41

Klammer potenzieren; im Bruch werden die Exponenten im Nenner subtrahiert.

$$2k - 1 - \frac{1}{2} - 3 = \frac{7}{2}$$

$$2k = \frac{7}{2} + 1 + \frac{1}{2} + 3$$

$$k = \boxed{4}$$

Aufgabe 42

Nach dem Wurzelziehen sind die Summanden gleichartig; ihre Zahlfaktoren werden addiert.

$$\sqrt{9x^8y^6} = 3x^4y^3$$

$$\text{Zähler : } (3 + 2)x^4y^3$$

$$x : 4 - (4 - 4) = 4; \quad y : 3 - (3 - 1) = 1$$

$$T = \boxed{\frac{5x^4y}{2}}$$

Aufgabenseite 15: Transfer und Fehleranalyse

Aufgabe 43

Erst jeden Bruch einzeln vereinfachen, dann die gleichartigen Summanden addieren.

$$\frac{x^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{x}} = x^3; \quad \frac{x^4}{x^1} = x^3$$

$$T = (6 + 6 - 1)x^3$$

$$T = \boxed{11x^3}$$

Aufgabe 44

Der Nennerexponent wird insgesamt subtrahiert. Darum ändern sich hier beide Vorzeichen.

$$x : -4 + 2 - 2 = -4 \quad (\text{nicht } -4 + 2 + 2)$$

$$y : 4 - (-4) = 8 \quad (\text{nicht } 4 - 4)$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{2 \cdot 5}{2} = 5$$

$$T = \frac{5y^8}{x^4}$$

Aufgabe 45

Die Kantenlänge ist die dritte Wurzel aus dem Volumen. Für die Oberfläche wird die Kantenlänge quadriert.

$$s = \sqrt[3]{125x^9y^3} = 5x^3y \text{ cm}$$

$$O = 6 \cdot (5x^3y)^2 = 150x^6y^2 \text{ cm}^2$$

Aufgabenseite 16: Komplexe Potenzterme

Aufgabe 46

Im Zähler werden Exponenten addiert; beim Teilen werden die Exponenten des Nenners subtrahiert.

$$x : 5 - 2 - (-2) = 5$$

$$y : -3 + 2 - 1 = -2$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{6 \cdot 4}{6} = 4$$

$$T = \frac{4x^5}{y^2}$$

Aufgabe 47

Negative Exponenten im Nenner wechseln beim Auflösen das Vorzeichen.

$$x : -4 + 3 = -1; \quad y : 4 - 4 = 0$$

$$z : 3 + 4 = 7$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{5 \cdot 4}{3 \cdot 3} = \frac{20}{9}$$

$$T = \frac{20z^7}{9x}$$

Aufgabe 48

Beim Potenzieren der Klammer werden alle Faktoren potenziert.

$$x : 2 \cdot 3 - 1 - (-2) = 7$$

$$y : 2 \cdot (-1) + 3 - 3 = -2$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{5^2 \cdot 4}{4} = 25$$

$$T = \frac{25x^7}{y^2}$$

Aufgabenseite 17: Bruchterme und Zahlenpotenzen

Aufgabe 49

Der Exponent -2 bildet erst den Kehrwert und quadriert danach jeden Faktor.

$$\text{Klammer : } \frac{4}{4}x^{-5}y^2$$

$$x : -2(-3 - 2) - 2 = 8; \quad y : -2(1 + 1) - 3 = -7$$

$$\text{Zahlfaktor : } \left(\frac{4}{4}\right)^{-2} = \frac{4^2}{4^2}$$

$$T = \frac{x^8}{y^7}$$

Aufgabe 50

Rechne 0,5 : 0,25 zuerst zu 2 aus; behandle danach die Exponenten.

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{0,5 \cdot 3}{0,25} = 6$$

$$x : 2 - 2 - 1 = -1; \quad y : -3 + 2 - (-3) = 2$$

$$T = \boxed{\frac{6y^2}{x}}$$

Aufgabe 51

Zuerst alle Basen vereinheitlichen; danach die Exponenten verrechnen.

$$25^{-3} = 5^{-6}, \quad \sqrt{625} = 5^2, \quad 125^1 = 5^3$$

$$T = 5^{2 \cdot 5 - 2 \cdot 3 + 2 - 3 \cdot 1} = 5^3 = \boxed{125}$$

Aufgabenseite 18: Wurzelterme

Aufgabe 52

Bei positiven Variablen lassen sich gerade Potenzen aus der Quadratwurzel ziehen.

$$\sqrt{9x^6y^6} = 3x^3y^3$$

$$x : 3 - 1 - 3 = -1; \quad y : 3 - (-1) = 4$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{3 \cdot 6}{2} = 9$$

$$T = \boxed{\frac{9y^4}{x}}$$

Aufgabe 53

Die dritte Wurzel und die dritte Potenz heben sich bei den Faktoren auf.

$$\sqrt[3]{64x^3y^3} = 4x^1y^1$$

$$x : 1 - 3 - 3 = -5; \quad y : 1 + 3 - (-3) = 7$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{4 \cdot 2}{2} = 4$$

$$T = \boxed{\frac{4y^7}{x^5}}$$

Aufgabe 54

Ziehe beide Wurzeln einzeln und fasse danach gleiche Basen zusammen.

$$\sqrt{9x^8y^8} = 3x^4y^4; \quad \sqrt{9x^6} = 3x^3$$

$$x : 4 + 3 - 2 = 5; \quad y : 4 - (-4) = 8$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$T = \boxed{\frac{9x^5y^8}{2}}$$

Aufgabenseite 19: Gebrochene Exponenten

Aufgabe 55

Die Wurzelexponenten stehen im Nenner und werden deshalb abgezogen; der Zahlfaktor ist 3/2.

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}; \quad \sqrt[3]{y} = y^{\frac{1}{3}}$$

$$x : \frac{9}{2} - \frac{1}{2} - 1 = 3$$

$$y : \frac{2}{3} - \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$$

$$T = \boxed{\frac{3x^3y^{\frac{4}{3}}}{2}}$$

Aufgabe 56

Klammer potenzieren; im Bruch werden die Exponenten im Nenner subtrahiert.

$$2k - 1 - \frac{1}{2} - 1 = \frac{19}{2}$$

$$2k = \frac{19}{2} + 1 + \frac{1}{2} + 1$$

$$k = \boxed{6}$$

Aufgabe 57

Nach dem Wurzelziehen sind die Summanden gleichartig; ihre Zahlfaktoren werden addiert.

$$\sqrt{9x^8y^6} = 3x^4y^3$$

$$\text{Zähler : } (3 + 4)x^4y^3$$

$$x : 4 - (4 - 4) = 4; \quad y : 3 - (3 - 3) = 3$$

$$T = \boxed{\frac{7x^4y^3}{4}}$$

Aufgabenseite 20: Transfer und Fehleranalyse

Aufgabe 58

Erst jeden Bruch einzeln vereinfachen, dann die gleichartigen Summanden addieren.

$$\frac{x^{\frac{11}{2}}}{\sqrt{x}} = x^5; \quad \frac{x^8}{x^3} = x^5$$

$$T = (4 + 2 - 2)x^5$$

$$T = \boxed{4x^5}$$

Aufgabe 59

Der Nennerexponent wird insgesamt subtrahiert. Darum ändern sich hier beide Vorzeichen.

$$x : -3 + 4 - 3 = -2 \quad (\text{nicht } -3 + 4 + 3)$$

$$y : 3 - (-4) = 7 \quad (\text{nicht } 3 - 4)$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{2 \cdot 4}{5} = \frac{8}{5}$$

$$T = \boxed{\frac{8y^7}{5x^2}}$$

Aufgabe 60

Die Kantenlänge ist die dritte Wurzel aus dem Volumen. Für die Oberfläche wird die Kantenlänge quadriert.

$$s = \sqrt[3]{8x^3y^3} = \boxed{2xy \text{ cm}}$$

$$O = 6 \cdot (2xy)^2 = \boxed{24x^2y^2 \text{ cm}^2}$$

Aufgabenseite 21: Komplexe Potenzterme

Aufgabe 61

Im Zähler werden Exponenten addiert; beim Teilen werden die Exponenten des Nenners subtrahiert.

$$x : 3 - 3 - (-3) = 3$$

$$y : -2 + 4 - 2 = 0$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

$$T = \boxed{6x^3}$$

Aufgabe 62

Negative Exponenten im Nenner wechseln beim Auflösen das Vorzeichen.

$$x : -2 + 4 = 2; \quad y : 4 - 2 = 2$$

$$z : 4 + 4 = 8$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{5 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{5}{3}$$

$$T = \boxed{\frac{5x^2y^2z^8}{3}}$$

Aufgabe 63

Beim Potenzieren der Klammer werden alle Faktoren potenziert.

$$x : 2 \cdot 3 - 3 - (-3) = 6$$

$$y : 2 \cdot (-2) + 1 - 1 = -4$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{5^2 \cdot 3}{5} = 15$$

$$T = \frac{15x^6}{y^4}$$

Aufgabenseite 22: Bruchterme und Zahlenpotenzen

Aufgabe 64

Der Exponent -2 bildet erst den Kehrwert und quadriert danach jeden Faktor.

$$\text{Klammer : } \frac{3}{4}x^{-3}y^6$$

$$x : -2(-2 - 1) - 2 = 4; \quad y : -2(3 + 3) - 1 = -13$$

$$\text{Zahlfaktor : } \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \frac{4^2}{3^2}$$

$$T = \frac{16x^4}{9y^{13}}$$

Aufgabe 65

Rechne 0,5 : 0,25 zuerst zu 2 aus; behandle danach die Exponenten.

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{0,5 \cdot 2}{0,25} = 4$$

$$x : 4 - 3 - 2 = -1; \quad y : -1 + 1 - (-1) = 1$$

$$T = \frac{4y}{x}$$

Aufgabe 66

Zuerst alle Basen vereinheitlichen; danach die Exponenten verrechnen.

$$4^{-1} = 2^{-2}, \quad \sqrt{16} = 2^2, \quad 8^1 = 2^3$$

$$T = 2^{2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + 2 - 3 \cdot 1} = 2^1 = 2$$

Aufgabenseite 23: Wurzelterme

Aufgabe 67

Bei positiven Variablen lassen sich gerade Potenzen aus der Quadratwurzel ziehen.

$$\sqrt{9x^6y^6} = 3x^3y^3$$

$$x : 3 - 3 - 2 = -2; \quad y : 3 - (-1) = 4$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{3 \cdot 5}{5} = 3$$

$$T = \frac{3y^4}{x^2}$$

Aufgabe 68

Die dritte Wurzel und die dritte Potenz heben sich bei den Faktoren auf.

$$\sqrt[3]{8x^9y^6} = 2x^3y^2$$

$$x : 3 - 1 - 3 = -1; \quad y : 2 + 1 - (-1) = 4$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{2 \cdot 5}{4} = \frac{5}{2}$$

$$T = \frac{5y^4}{2x}$$

Aufgabe 69

Ziehe beide Wurzeln einzeln und fasse danach gleiche Basen zusammen.

$$\sqrt{9x^2y^8} = 3x^1y^4; \quad \sqrt{4x^6} = 2x^3$$

$$x : 1 + 3 - 1 = 3; \quad y : 4 - (-4) = 8$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{3 \cdot 2}{2} = 3$$

$$T = \boxed{3x^3y^8}$$

Aufgabenseite 24: Gebrochene Exponenten

Aufgabe 70

Die Wurzelexponenten stehen im Nenner und werden deshalb abgezogen; der Zahlfaktor ist 6/4.

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}; \quad \sqrt[3]{y} = y^{\frac{1}{3}}$$

$$x : \frac{5}{2} - \frac{1}{2} - 1 = 1$$

$$y : \frac{2}{3} - \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$$

$$T = \boxed{\frac{3xy^{\frac{4}{3}}}{2}}$$

Aufgabe 71

Klammer potenzieren; im Bruch werden die Exponenten im Nenner subtrahiert.

$$2k - 3 - \frac{1}{2} - 3 = \frac{7}{2}$$

$$2k = \frac{7}{2} + 3 + \frac{1}{2} + 3$$

$$k = \boxed{5}$$

Aufgabe 72

Nach dem Wurzelziehen sind die Summanden gleichartig; ihre Zahlfaktoren werden addiert.

$$\sqrt{4x^4y^4} = 2x^2y^2$$

$$\text{Zähler : } (2 + 4)x^2y^2$$

$$x : 2 - (2 - 1) = 1; \quad y : 2 - (2 - 2) = 2$$

$$T = \boxed{\frac{3xy^2}{2}}$$

Aufgabenseite 25: Transfer und Fehleranalyse

Aufgabe 73

Erst jeden Bruch einzeln vereinfachen, dann die gleichartigen Summanden addieren.

$$\frac{x^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{x}} = x^2; \quad \frac{x^3}{x^1} = x^2$$

$$T = (7 + 4 - 2)x^2$$

$$T = \boxed{9x^2}$$

Aufgabe 74

Der Nennerexponent wird insgesamt subtrahiert. Darum ändern sich hier beide Vorzeichen.

$$x : -4 + 3 - 4 = -5 \quad (\text{nicht } -4 + 3 + 4)$$

$$y : 1 - (-3) = 4 \quad (\text{nicht } 1 - 3)$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{3 \cdot 4}{4} = 3$$

$$T = \boxed{\frac{3y^4}{x^5}}$$

Aufgabe 75

Die Kantenlänge ist die dritte Wurzel aus dem Volumen. Für die Oberfläche wird die Kantenlänge quadriert.

$$s = \sqrt[3]{8x^9y^6} = \boxed{2x^3y^2 \text{ cm}}$$

$$O = 6 \cdot (2x^3y^2)^2 = \boxed{24x^6y^4 \text{ cm}^2}$$

Aufgabenseite 26: Komplexe Potenzterme

Aufgabe 76

Im Zähler werden Exponenten addiert; beim Teilen werden die Exponenten des Nenners subtrahiert.

$$x : 4 - 2 - (-1) = 3$$

$$y : -1 + 1 - 3 = -3$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{5 \cdot 5}{7} = \frac{25}{7}$$

$$T = \frac{25x^3}{7y^3}$$

Aufgabe 77

Negative Exponenten im Nenner wechseln beim Auflösen das Vorzeichen.

$$x : -1 + 2 = 1; \quad y : 4 - 2 = 2$$

$$z : 2 + 4 = 6$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 4} = \frac{1}{2}$$

$$T = \frac{xy^2z^6}{2}$$

Aufgabe 78

Beim Potenzieren der Klammer werden alle Faktoren potenziert.

$$x : 2 \cdot 1 - 1 - (-2) = 3$$

$$y : 2 \cdot (-3) + 3 - 3 = -6$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{3^2 \cdot 5}{4} = \frac{45}{4}$$

$$T = \frac{45x^3}{4y^6}$$

Aufgabenseite 27: Bruchterme und Zahlenpotenzen

Aufgabe 79

Der Exponent -2 bildet erst den Kehrwert und quadriert danach jeden Faktor.

$$\text{Klammer : } \frac{5}{4}x^{-2}y^5$$

$$x : -2(-1 - 1) - 2 = 2; \quad y : -2(2 + 3) - 2 = -12$$

$$\text{Zahlfaktor : } \left(\frac{5}{4}\right)^{-2} = \frac{4^2}{5^2}$$

$$T = \frac{16x^2}{25y^{12}}$$

Aufgabe 80

Rechne 0,5 : 0,25 zuerst zu 2 aus; behandle danach die Exponenten.

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{0,5 \cdot 3}{0,25} = 6$$

$$x : 3 - 4 - 4 = -5; \quad y : -2 + 1 - (-3) = 2$$

$$T = \frac{6y^2}{x^5}$$

Aufgabe 81

Zuerst alle Basen vereinheitlichen; danach die Exponenten verrechnen.

$$4^{-2} = 2^{-4}, \quad \sqrt{16} = 2^2, \quad 8^3 = 2^9$$

$$T = 2^{2 \cdot 5 - 2 \cdot 2 + 2 - 3 \cdot 3} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

Aufgabenseite 28: Wurzelterme

Aufgabe 82

Bei positiven Variablen lassen sich gerade Potenzen aus der Quadratwurzel ziehen.

$$\sqrt{16x^4y^6} = 4x^2y^3$$

$$x : 2 - 3 - 1 = -2; \quad y : 3 - (-3) = 6$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{4 \cdot 6}{4} = 6$$

$$T = \boxed{\frac{6y^6}{x^2}}$$

Aufgabe 83

Die dritte Wurzel und die dritte Potenz heben sich bei den Faktoren auf.

$$\sqrt[3]{125x^6y^6} = 5x^2y^2$$

$$x : 2 - 1 - 2 = -1; \quad y : 2 + 2 - (-1) = 5$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{5 \cdot 3}{5} = 3$$

$$T = \boxed{\frac{3y^5}{x}}$$

Aufgabe 84

Ziehe beide Wurzeln einzeln und fasse danach gleiche Basen zusammen.

$$\sqrt{4x^2y^2} = 2x^1y^1; \quad \sqrt{16x^8} = 4x^4$$

$$x : 1 + 4 - 3 = 2; \quad y : 1 - (-4) = 5$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{2 \cdot 4}{4} = 2$$

$$T = \boxed{2x^2y^5}$$

Aufgabenseite 29: Gebrochene Exponenten

Aufgabe 85

Die Wurzelexponenten stehen im Nenner und werden deshalb abgezogen; der Zahlfaktor ist 4/3.

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}; \quad \sqrt[3]{y} = y^{\frac{1}{3}}$$

$$x : \frac{7}{2} - \frac{1}{2} - 2 = 1$$

$$y : \frac{3}{3} - \frac{1}{3} + 2 = \frac{8}{3}$$

$$T = \boxed{\frac{4xy^{\frac{8}{3}}}{3}}$$

Aufgabe 86

Klammer potenzieren; im Bruch werden die Exponenten im Nenner subtrahiert.

$$2k - 1 - \frac{1}{2} - 2 = \frac{21}{2}$$

$$2k = \frac{21}{2} + 1 + \frac{1}{2} + 2$$

$$k = \boxed{7}$$

Aufgabe 87

Nach dem Wurzelziehen sind die Summanden gleichartig; ihre Zahlfaktoren werden addiert.

$$\sqrt{25x^8y^4} = 5x^4y^2$$

$$\text{Zähler : } (5 + 4)x^4y^2$$

$$x : 4 - (4 - 2) = 2; \quad y : 2 - (2 - 2) = 2$$

$$T = \boxed{\frac{9x^2y^2}{2}}$$

Aufgabenseite 30: Transfer und Fehleranalyse

Aufgabe 88

Erst jeden Bruch einzeln vereinfachen, dann die gleichartigen Summanden addieren.

$$\frac{x^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{x}} = x^2; \quad \frac{x^5}{x^3} = x^2$$

$$T = (6 + 3 - 3)x^2$$

$$T = \boxed{6x^2}$$

Aufgabe 89

Der Nennerexponent wird insgesamt subtrahiert. Darum ändern sich hier beide Vorzeichen.

$$x : -2 + 2 - 4 = -4 \quad (\text{nicht } -2 + 2 + 4)$$

$$y : 1 - (-2) = 3 \quad (\text{nicht } 1 - 2)$$

$$\text{Zahlfaktor : } \frac{2 \cdot 3}{2} = 3$$

$$T = \boxed{\frac{3y^3}{x^4}}$$

Aufgabe 90

Die Kantenlänge ist die dritte Wurzel aus dem Volumen. Für die Oberfläche wird die Kantenlänge quadriert.

$$s = \sqrt[3]{64x^3y^3} = \boxed{4xy \text{ cm}}$$

$$O = 6 \cdot (4xy)^2 = \boxed{96x^2y^2 \text{ cm}^2}$$

Fachliche Orientierung: LehrplanPLUS Mathematik M10, Lernbereich Potenzen und Wurzeln. Gestalterische Orientierung: öffentlich zugängliche MSA-Mathematik-Materialien des Staatsinstituts für Schulqualität und Bildungsforschung (ISB), Bayern. Alle Aufgaben und Lösungen in diesem Heft sind eigenständig erstellt.